

文章编号: 1000-8055(2004)01-0153-06

航空发动机控制系统中的增广 LQR 方法

杨 刚, 孙健国, 李秋红

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 采用一种增广 LQR 方法, 将原系统状态的导数和指令跟踪的误差作为增广的状态向量, 使设计出来的多变量系统不仅具有 LQR 的好的鲁棒性, 而且在用于指令跟踪时能消除稳态误差。当状态量不是全部可测时, 本文采用降维观测器得到一种准最优的增广 LQR 方法, 其性能比 LQG 方法有显著改善, 能满足航空发动机多变量控制系统的设计要求。最后, 数字仿真验证了本文提出的方法。

关键词: 航空、航天推进系统; 航空发动机控制; LQR; 增广; 降阶; 稳态误差

中图分类号: V 233.7

文献标识码: A

Augmented LQR Method for Aeroengine Control Systems

YANG Gang, SUN Jian-guo, LI Qiu-hong

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: This paper introduces an augmented LQR method. This method uses the derivatives of the original system states and command tracking errors as augmented states. By virtue of this, the augmented LQR method results in a robust multivariable system which can eliminate steady state errors, keeping as good robustness as LQR. When all system states are not measurable, a reduced order state observer is introduced, which is designated as near optimal LQR method. The resulted control system has superior performance compared to LQG, and is able to meet the requirements for aeroengine control system. Finally, simulation results attest to the properties of these methods.

Key words: aerospace propulsion system; aeroengine control; LQR; augmentation; order reduction; steady state error

在多变量反馈控制系统设计方法之中, LQR 方法由于具有无穷大的幅值裕度和大于 60 的相位裕度而倍受人们的关注^[1~3]。早在 70 年代美国就开展了 LQR 方法用于航空发动机和多变量控制的研究^[3], 国内也有许多专家尝试用 LQR 方法设计航空发动机的控制系统。文献[4]设计了一个用于航空发动机的 LQR 状态调节器, 但只能控制航空发动机中间状态一个点, 不能实现指令跟

踪。文献[5]将控制量增广到状态量中, 他们的仿真结果表明实现了指令跟踪, 但消除稳态误差并不理想。

由此可见, 面对非线性强、特性变化范围大的航空发动机, LQR 方法仍难以适应, 因此, 至今仍未见在航空发动机控制中获得实际应用的报道。其重要原因之一是, 按线性化发动机模型设计的 LQR 控制器用于非线性发动机控制时, 不能消除

收稿日期: 2003-03-06; 修订日期: 2003-05-30

基金项目: 航空科学基金资助项目(00C52030); 博士点科研基金资助项目(2000028701)

作者简介: 杨刚(1976-), 男, 湖南辰溪人, 南京航空航天大学能源与动力学院博士生, 主要从事航空发动机建模、多变量鲁棒控制及先进优化理论研究

稳态误差,这显然不能满足发动机控制的要求。

本文采用一种增广LQR方法,使设计出来的多变量系统不仅具有LQR的好的鲁棒性,而且用于控制非线性发动机模型时能消除稳态误差。此外,在工程实践中,有时状态变量不能全部获得,因此,本文采用降维观测器^[6,7]得到一种准最优的增广LQR方法,其性能比LQG方法有显著改善,能满足航空发动机多变量控制系统的设计要求。

1 增广LQR方法

本文以某型航空涡扇发动机为控制对象,设计过程中应用的名义对象是基于非线性模型的小偏差线性化模型,其包含执行机构的设计对象模型状态空间表达式如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

其中,状态变量为:

$$x = [n_1 \quad n_2 \quad WFB \quad A_8]^T$$

$$n_1(n_2) = \text{低(高)压轴转速(r/min)}$$

$$WFB = \text{主燃油流量(kg/h)}$$

$$A_8 = \text{尾喷口面积(cm}^2\text{)}$$

控制输入为:

$$u = [WFB_c \quad A_{8c}]^T$$

式中: WFB_c 和 A_{8c} 分别为控制器直接输出的主燃油流量和尾喷口面积所对应的信号。

输出变量为:

$$y = [n_1 \quad \pi_c]^T$$

式中: π_c 为涡轮落压比。系统(1)中 x, u, y 均应理解为航空发动机各变量在平衡位置的偏差量,为简化起见,本文中省略了符号 Δ 。

首先我们假设设计对象模型(1)的所有状态都可以获得。常规LQR方法无法实现航空发动机控制系统的指令跟踪要求,而按对应的LQ最优跟踪方法设计控制系统,可以实现跟踪指令,但当应用于非线性模型时,却无法消除稳态误差。为消除此稳态误差,用常规的增广方法,在设计对象模型(1)的每个控制回路中引入一个积分环节 $\int u$ = u_0 , 取增广的状态向量为:

$$\tilde{x} = [x^T \quad u^T]^T$$

则(1)可表示为:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u_0 \\ y = \tilde{C}\tilde{x} \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} = [C \quad 0]$$

对增广的系统(2)设计LQ最优跟踪控制器,得控制系统如图1所示,其中增广的积分器被看做是控制器的一部分。

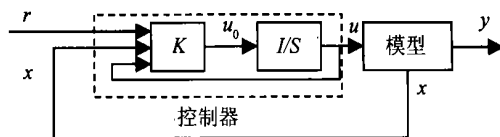


图1 LQ最优跟踪方法控制系统方框图

Fig 1 Block diagram of the control system designed by optimal tracking method

由图可见,系统输出 y 并没有被反馈到控制器输入端,因而没有形成误差信号。系统增广时引入的积分器只是对 u_0 进行积分,而没有误差信号可以积分,控制系统仍不可避免地要产生稳态误差。从第四小节的仿真实例也可以看出,这种控制器只能保证控制名义系统时,指令跟踪的稳态误差为零,当用它控制航空发动机非线性实时模型时,仍具有不可忽视的稳态误差。因此,用常规的增广方法设计的LQ最优跟踪控制器也不能消除稳态误差。

为解决此问题,本文考虑用如下特殊的增广方法。原对象如(1)所示,而控制目标是使系统的输出 y 跟踪上给定的信号: $r(t) = a \cdot 1(t)$, 其中 a 为常向量。则误差为 $e = r - y$ 。对系统(1)微分可得:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ e = \frac{d(r-y)}{dt} = -\dot{y} = -Cx \\ t > 0 \end{cases} \quad (3)$$

取增广状态向量为:

$$\bar{x} = [x^T \quad e^T]^T$$

则式(3)可表示为:

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u \quad (4)$$

其中:

$$\bar{u} = u, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

对系统(4)可以设计LQR状态调节器,使所有的状态量都保持为零。

$$\bar{x} = [\dot{x}^T \ e^T]^T = 0$$

即系统(1)状态保持不变,而且系统输出与给定指令之差为零,这就满足了消除稳态误差的要求。

设对系统(4)的性能泛函为:

$$PI = \int_0^{\infty} (\dot{x}^T Q \dot{x} + u^T R u) dt \quad (5)$$

其中:

$$Q = Q^T \geq 0, \quad R = R^T > 0$$

则用 LQR 方法求出的控制律为:

$$\bar{u} = \bar{K} \bar{x}$$

其中:

$$\bar{K} = -R^{-1}B^T P$$

而 P 满足如下 Riccati 方程:

$$\bar{A}^T P + P \bar{A} - P \bar{B} R^{-1} \bar{B}^T P + Q = 0$$

将 $\bar{K}$ 按 $\dot{x}$ 和 e 表示为分块矩阵:

$$\bar{K} = [K_x \ K_e]$$

则:

$$\dot{u} = \bar{u} = \bar{K} \bar{x} = [K_x \ K_e] \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ e \end{bmatrix} =$$

$$K_x \cdot \dot{x} + K_e \cdot e$$

对上式求拉氏变换,得系统(1)的控制器为:

$$u = K_x \cdot x + \frac{K_e \cdot e}{s}$$

画出控制系统框图,如图 2 所示。

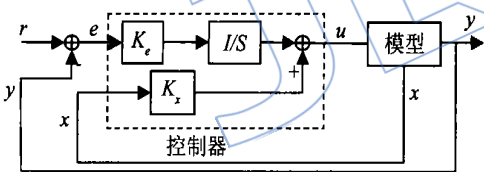


图 2 增广 LQR 法控制系统方框图

Fig 2 Block diagram of the control system designed by augmented LQR method

可见系统输出 y 被反馈到控制器输入端,与给定指令比较得出误差信号,积分器也是作用在此误差上的,因此,本方法可以消除系统的稳态误差。同时,从控制系统结构图还可以看出,此控制器不仅利用了状态 x 的信息,而且也利用了输出 y 的信息,也就是说利用了比直接应用 LQ 最优跟踪方法更多的有关系统的信息,因此可以预测它将具有更优良的性能。

2 准最优增广 LQR 方法

要应用增广 LQR 方法,系统状态必须全部可以获得。但如引言所述,在实际工程问题中,有时状态量不能全部获得,如航空发动机中的主燃

油流量 W_{FB} 。为此本文采用降维观测器实现增广 LQR 方法,既要消除稳态误差,又要尽可能保持增广 LQR 方法的鲁棒性,本文称之为准最优增广 LQR 方法,并讨论如下。综合(1)、(4)的表达式可知,存在适当交换阵 P_x ,可将系统(4)化为:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \cdot u \\ y_r = [I_p \ 0] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ W_{FB} \end{bmatrix} = P_x \cdot \bar{x}$$

$$y_r = x_1 \in R^{p \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = P_x^{-1} \cdot \bar{A} \cdot P_x,$$

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = P_x^{-1} \cdot \bar{B}$$

而 x_1 和 x_2 分别表示测量和非测量状态向量。

由系统(6)可知降维状态观测器为:

$$\begin{cases} \hat{x}_2 = z + F_r y \\ \dot{z} = A_r z + G_r y_r + B_r \dot{u} \\ A_r = A_{22} - F_r A_{12} \\ B_r = B_2 - F_r B_1 \\ G_r = A_{22} F_r - F_r A_{12} F_r + A_{12} - F_r A_{11} \\ F_r = P A_{12}^T \end{cases} \quad (7)$$

而 $P = P^T > 0$ 满足如下 Riccati 方程:

$$A_{22} P + P A_{22}^T + Q_0 - P A_{12} A_{12}^T P = 0$$

其中: $Q_0 = Q_0^T > 0$ 为一适维可选常阵。

仍设 $\bar{K}$ 为系统(4)对应性能泛函(5)求出的 LQR 增益阵,则在变换阵 P_x 的作用下,系统(6)对应性能泛函(5)的 LQR 增益阵为:

$$K = \bar{K} P_x^{-1}$$

按 x_1, x_2 写成分块矩阵的形式:

$$K = [K_1 \ K_2]$$

则可得控制律为:

$$\dot{u} = K \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = [K_1 \ K_2] \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = K_1 \hat{x}_1 + K_2 \hat{x}_2 =$$

$$(K_1 + K_2 F_r) \hat{x}_1 + K_2 z$$

最后,再经过适当的变换,可以将 u 用系统(5)中的变量表示出来。

3 设计实例

本小节将用上述各种方法设计控制系统, 控制某型航空涡扇发动机的线性和非线性模型, 以进行对比。

首先, 将发动机的非线性模型在中间状态线性化, 得小偏差状态空间描述(A, B, C)。

利用LQ 最优跟踪方法, 按系统(2)所示方法进行增广, 可以设计出控制器①。用它分别控制航空发动机线性模型与非线性模型, 做阶跃响应仿真实验, 结果如图3、图4所示。环境为 $H = 0$ km, $M a = 0$, 仿真条件是在 $t = 1$ s时, 同时给低压轴转速加上 100 r/min 的阶跃和给涡轮落压比加上 0.1 的阶跃。线性模型的初始点是平衡状态, 而非线性模型的初始点是航空发动机的中间状态, 因此, 系统稳定后, 线性模型的低压轴转速和涡轮落压比应该分别稳定在 100 r/min 和 0.1, 而非线性模型则应该分别稳定在 8800 r/min 和 10.735。

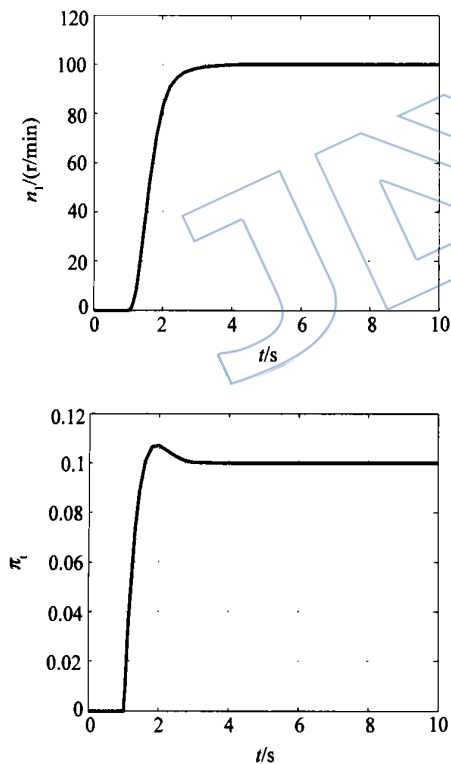


图3 控制器①控制线性模型的仿真结果

($H = 0$ km, $M a = 0$)

Fig 3 Simulation results with controller ①
(linear model) ($H = 0$ km, $M a = 0$)

由图3可见, 控制器①控制线性系统时具有良好的性能, 但由图4可见, 控制非线性系统时却无法消除稳态误差。

用与上文相同的设计对象模型, 按增广LQR方法和准最优增广LQR方法, 可分别设计出控制器②和控制器③。为比较准最优增广LQR方法与LQG方法, 还在增广LQR方法的基础上按LQG方法设计了控制器④。再用这三种控制器控制航空发动机线性模型与非线性模型, 做与前文类似的阶跃响应仿真实验, 结果分别如图5、图6所示。在用增广LQR方法进行仿真时, 我们假定全部状态量可测, 而用准最优增广LQR方法进行仿真时, 假定 W_{FB} 是由降维观测器获得的。

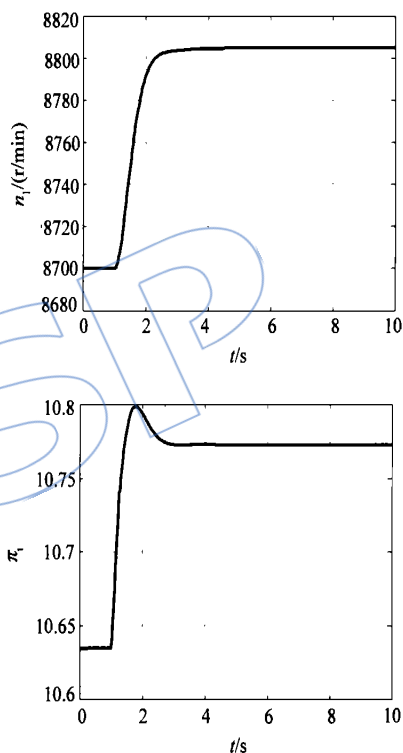


图4 控制器①控制非线性模型的仿真结果

($H = 0$ km, $M a = 0$)

Fig 4 Simulation results with controller ①
(non-linear model) ($H = 0$ km, $M a = 0$)

由仿真结果可见, 增广LQR方法不仅可以使名义系统实现无静差跟踪, 而且可以使非线性模型实现无静差跟踪, 使低压轴转速 n_1 和涡轮落压比 π_t 分别稳定在 8800 r/min 和 10.735。对比线性模型与非线性模型的仿真结果, 可见增广LQR方法具有对建模误差不敏感的优点。此外, 控制器③具有与控制器②很相近的响应, 事实上二者的响应曲线几乎完全重合了, 因此准最优增广LQR方法保持了增广LQR方法的性能和鲁棒性。而LQG方法就没有这个能力, 由于估计了所有的状态, 它设计的控制器④的性能远逊于

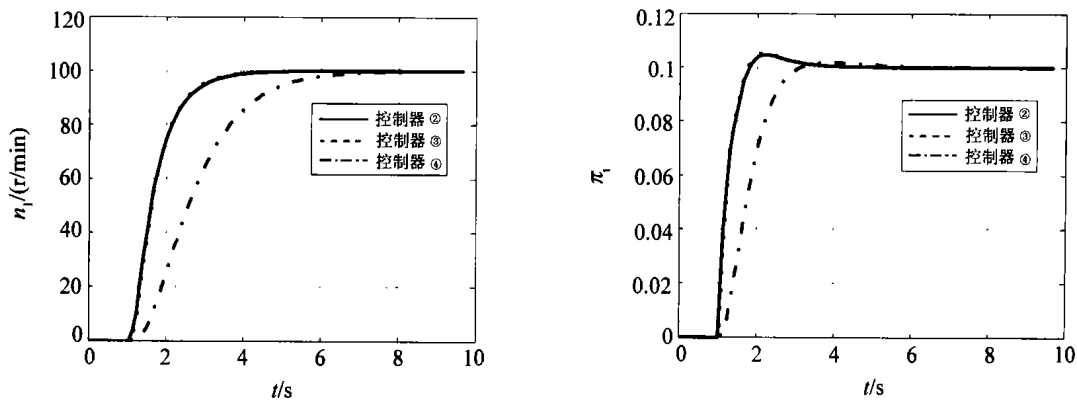


图 5 线性模型仿真结果 ($H = 0 \text{ km}, M a = 0$)

Fig 5 Simulation results (linear model) ($H = 0 \text{ km}, M a = 0$)

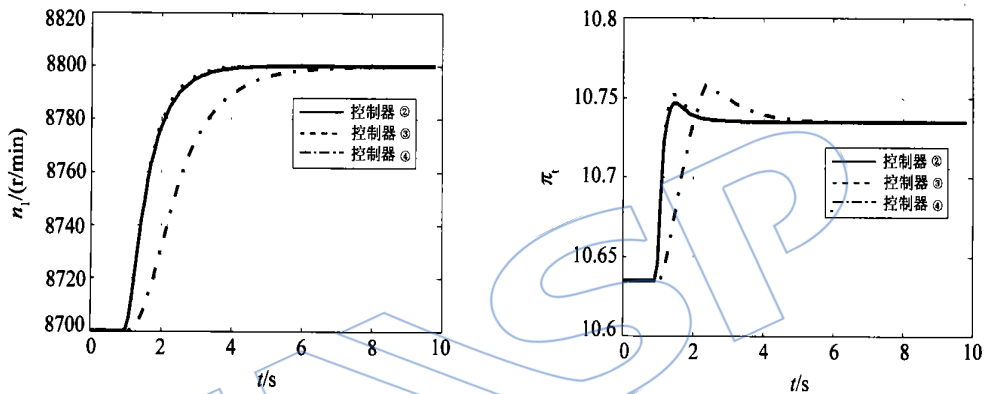


图 6 非线性模型的仿真结果 ($H = 0 \text{ km}, M a = 0$)

Fig 6 Simulation results (non-linear model) ($H = 0 \text{ km}, M a = 0$)

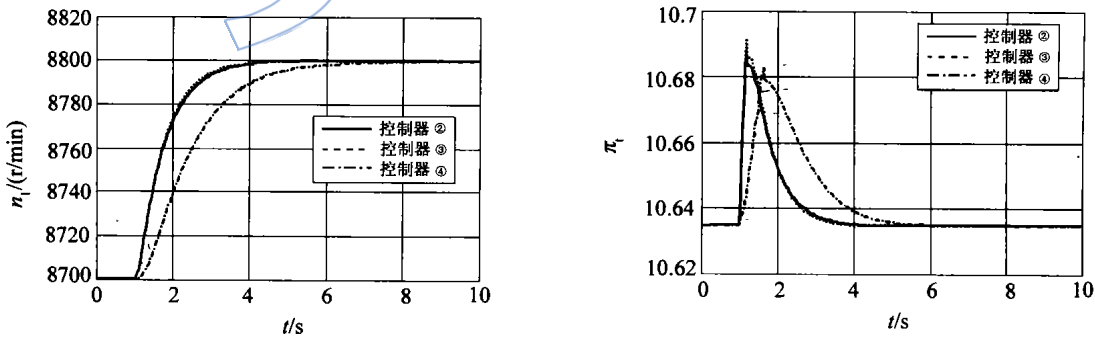


图 7 n_1 回路阶跃响应仿真结果 ($H = 0 \text{ km}, M a = 0$)

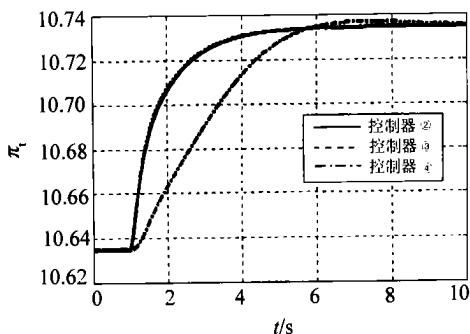
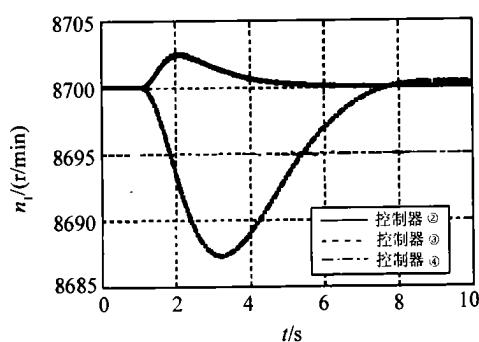
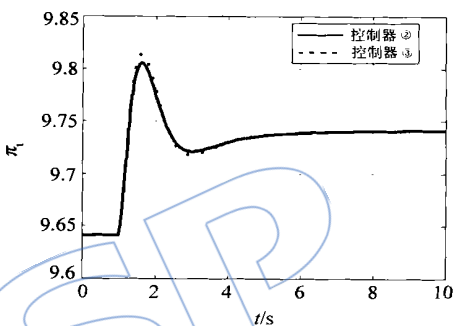
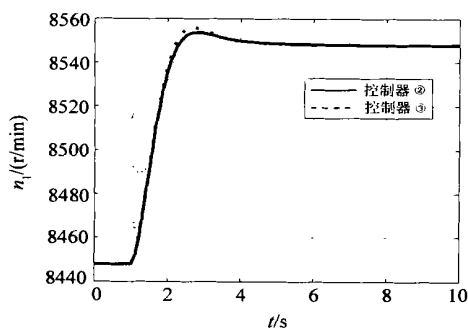
Fig 7 n_1 loop step response ($H = 0 \text{ km}, M a = 0$)

控制器②。

为检验增广 LQR 方法与准最优增广 LQR 方法的解耦性能, 在 $H = 0 \text{ km}, M a = 0$ 时, 分别对低压轴转速加上 100 r/min 的阶跃和给涡轮落压比加上 0.1 的阶跃, 仿真结果如图 7、图 8 所示。此处为节省篇幅只给出非线性系统的仿真结果。由图可见, 给低压轴转速加阶跃时, 涡轮落压比的扰动小于 0.1 ; 而给涡轮落压比加阶跃时, 低压轴

转速的扰动只有约 3 r/min 。因此, 控制器②和控制器③, 即增广 LQR 方法与准最优增广 LQR 方法具有十分优良的解耦性能。图 7、图 8 也说明控制器④解耦性能不如控制器②和控制器③。

为了进一步验证增广 LQR 方法与准最优增广 LQR 方法的鲁棒性, 还在不同高度、不同马赫数下做了类似的阶跃响应仿真实验, 仿真的初始点为当前飞行条件下的中间状态。为节省篇幅, 此

图 8 π 回路阶跃响应仿真结果 ($H = 0 \text{ km}, M a = 0$)Fig 8 π loop step response ($H = 0 \text{ km}, M a = 0$)图 9 非线性模型的仿真结果 ($H = 20 \text{ km}, M a = 2$)Fig 9 Simulation results (non-linear model) ($H = 20 \text{ km}, M a = 2$)

处只给出了 $H = 20 \text{ km}, M a = 2$ 时的仿真结果。由图 9 可见, 在 $H = 0 \text{ km}, M a = 0$ 条件下设计的控制器②和控制器③可以在飞行包线的大范围内适用, 它们不仅消除了系统稳态误差, 而且也具有相当好的性能和鲁棒性。此外, 控制器④性能蜕化较快, 在 $H = 20 \text{ km}, M a = 2$ 时, 它已无法稳定控制系统, 故图中无法给出其响应曲线。

综上所述, 建立在本文增广 LQR 方法基础上的准最优增广 LQR 方法具有比较好的性能和稳定鲁棒性, 而且是一种适合于在航空发动机中实现的具有实用价值的方法。

4 结 论

(1) LQ 最优跟踪方法可以设计出一个具有优良稳定鲁棒性的控制系统, 但却不能消除稳态误差。(2) 本文采用了一种特殊的控制系统增广方法, 与 LQR 方法结合, 得出的增广 LQR 方法不仅具有优良性能及鲁棒性, 而且可以消除稳态误差。(3) 当状态变量不能全部获得时, 本文提出准最优增广 LQR 方法。这种多变量鲁棒设计方法具有与增广 LQR 方法相当的优良性能和鲁棒

性, 而且可以消除稳态误差, 适合于在航空发动机中应用。

参考文献

- [1] Frank L L. Applied Optimal Control and Estimation[M]. Englewood Cliffs, N J Prentice Hall, 1992
- [2] Daniel E M, Mauro R. Simultaneous Stabilization With Near Optimal LQR Performance[J]. IEEE Trans Automat Contr, 2001, 46(10): 1543- 1555
- [3] De Hoff R L, Hall W E, Jr. Design of A Multivariable Controller for An Advanced Turbofan Engine[R]. Proceedings of the Fifteenth Conference on Decision and Control and Symposium on Adaptive Processes, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc, 1976: 1002- 1008
- [4] 张加桢, 化凯, 郭迎清, 等. 航空涡轮喷气发动机双变量控制系统设计[J]. 航空动力学报, 1990, 5(1): 76- 78
- [5] 章霖官, 刘爱萍, 林青峰. 在 MATLAB 平台上进行的涡扇发动机控制系统数字仿真[R]. 青岛: 第十届发动机自动控制专业学术交流会, 2000
- [6] 姜长生. 系统理论与鲁棒控制[M]. 北京: 航空工业出版社, 1998
- [7] Chen B M, Saberi A, Sannuti P A. New Stable Compensator Design for Exact and Approximate Loop Transfer Recovery[J]. Automatica, 1991, 27(2): 257- 280